

## هالة الشكة

الشكة  $(E, \leq)$  شكة مزودة بقانوني التشكيل

الاعلياء  $x \vee y$  و  $x \wedge y$  وكل منهما يحقق الخاصية

الخاصة بالترتيب والتجميعية، هاتين الخاصيتين هي الخاصية العامة

لشكات الاستدلال الخاصة التي تكون فيها دارية الترتيب

هي المباشرة (ولكنها يعرفان نفس الدارية

التي هي ذاتية

$$x \vee y = y \iff x \leq y$$

$$x \wedge y = x \iff x \leq y$$

وبالعكس، اذا كانت  $A$  مزودة بقانوني تشكيل

واعلياء  $x \vee y$  و  $x \wedge y$  وتحقق الخاصية

الخاصة بالترتيب والتجميعية، فإنه لا بد من

هذه هي القوانين يعرفها علاقة ترتيبية :

$$x \leq y \iff x^T y = y \iff (x, y) \in E$$

نفس الشبكة

$$y \leq x \iff x^T y = x \iff (x, y) \in E$$

نفس الشبكة

اكتب الحالة العامة ؟ استنتج من شبكة كوك

الامتداد يك. أنه تكو مختلفين

أمثلة

(\*) المثال الذكاء بالة هو أنه نأخذ في المرسية

نفس القانون فتصل تلك العلاقة ترتيبية ولكن اعلما

علاقة التفرقة

$$x^T y = y \iff x \leq y$$



$$x \perp y = x \Leftrightarrow y \leq x$$

(2) لغرض ذلك  $M^*$  قانوني تشكيل :

$$x \top y = \max(x, y)$$

$$x \perp y = \gcd(x, y)$$

أولاً نأخذ علاقات الترتيب المعروفة لكل من قانوني

التشكيل مختلف عن الترتيب العادي بالنسبة للأعداد

نقسم النسبة للتاني

ملحوظة

نلاحظ أنه إذا كانت  $(E, \leq)$  شبكة فإنها من

أولاً أب عظمى  $x$  من  $E$  فإن :

$$x \perp y \leq x \leq x \vee y$$

وعكس ذلك يمكنه

المادة : نظرية الشبكات المحاضرة : الرابعة

$$x \vee (x \wedge y) = x$$

$$x \wedge (x \vee y) = x$$

قانوني الامتصاص

وهاتين المبرهنات تعيانه بقانوني التوزيع

فرض

لنكن  $A$  مجموعة مزودة بقانوني تشكيل دائريين

$$x \vee y \quad \text{و} \quad x \wedge y \quad \text{حقائق على}$$

(1) كل من قانوني التشكيل يحقق الحواشي الكلاسيكية

التبعية والقيمية

(2) قانوني المماسية يحقق ان  $x$  انه صفر اولي نظرية

$$y \text{ و } x \text{ يتكون}$$

$$x \wedge (x \vee y) = x = x \vee (x \wedge y)$$

عندئذ يمكن ان نعرف المبرهنات لتوزيع وحقبة



كيف نكتب المجموعة المرفقة (بـ  $E$ ) شبكة

عينة:

$$\sup_E \{x, y\} = x \vee y$$

$$\inf_E \{x, y\} = x \wedge y$$

علاقة الترتيب معرفة بواسطة  $x \vee y = y$

أو بواسطة  $x \wedge y = x$  المتكافئتان

الرمز

معطياتها سابقا يجب أن نذكر أن علاقتين

الترتيب:

$$x \leq_1 y \text{ معرفة بواسطة } x \vee y = y$$

$$x \leq_2 y \text{ - معرفة بواسطة } x \wedge y = x \text{ متكافئتين}$$

$$(1) \text{ نقرنها أنه } x \leq_1 y \Leftrightarrow x \vee y = y$$

$$x \leq_2 y \iff x \wedge y = x \wedge (x \vee y) = x \iff$$

$$x \wedge y = x \iff x \leq_2 y \quad \text{نقطة 2}$$

$$x \leq_1 y \iff x \vee y = (x \wedge y) \vee y = y \iff$$



إذا كانت  $(E, \leq)$  شبكة فالت

$$(1) \text{ نضع أن } a \leq b \iff \text{مقابل أن } x \text{ يتحقق}$$

$$a \wedge x \leq b \wedge x$$

$$a \vee x \leq b \vee x$$

$$(2) \text{ نضع أن } a \leq b \text{ و } c \leq d \iff$$

$$a \wedge c \leq b \wedge d$$

$$a \vee c \leq b \vee d$$



البرهان

$$a \wedge b = a \text{ و } a \vee b = b \iff a \leq b$$

$$(a \wedge x) \wedge (b \wedge x) = (a \wedge b) \wedge (x \wedge x)$$

$$= (a \wedge b) \wedge x = a \wedge x$$

$$\Rightarrow a \wedge x \leq b \wedge x$$

$$(a \vee x) \vee (b \vee x) = (a \vee b) \vee (x \vee x)$$

$$= (a \vee b) \vee x = b \vee x$$

$$\Rightarrow a \vee x \leq b \vee x$$

(2) لنفرض ان  $a \leq b$  ، لدينا  $\iff$  يجب

$$b \wedge c \leq b \wedge d \quad a \wedge c \leq b \wedge c$$

$$b \vee c \leq b \vee d \quad a \vee c \leq b \vee c$$

$$a \wedge c \leq b \wedge c \text{ و } b \wedge c \leq b \wedge d \Rightarrow a \wedge c \leq b \wedge d$$

$$a \vee c \leq b \vee c \text{ و } b \vee c \leq b \vee d \Rightarrow a \vee c \leq b \vee d$$

الشبكات الكرتية والمورفيمات

رسم الشبكة العليا الكرتية

ليكن  $(E, \leq)$  رسم شبكة عليا وبالتالي فكل

مجموعة كرتية شكل  $\{x, y\}$  تملك حداً أصغرياً في  $E$

هو  $x \vee y$  ، ليكن  $A$  مجموعة كرتية من  $E$  ولتألف

عليها الترتيب المحدود من  $E$  وليكن  $A \subseteq \{x, y\}$  ،

من الممكن أيضاً ثلاثة احتمالات :

$$(1) \sup_A \{x, y\} \text{ موجود وسيكون } x \vee y$$

$$(2) \sup_A \{x, y\} \text{ موجود ويختلف عن } x \vee y$$

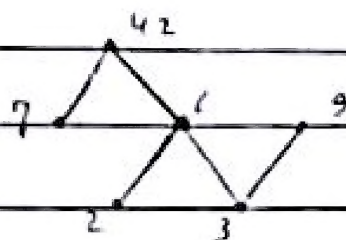
$$(3) \sup_A \{x, y\} \text{ غير موجود}$$



أمثلة

لنكن نصف الشبكة العليا (المجموعة)

والمجموعة بالشكل  $A = \{2, 3, 4, 7, 9, 42\}$



$$\sup_A \{2, 3\} = 4 = 2 \vee 3 \quad (1)$$

$$\sup_A \{3, 7\} = 42 \neq 3 \vee 7 = 21 \quad (2)$$

$$\{7, 9\} \text{ ليس له حد أعلى في } A \quad (3)$$

مهمة

يوجد شكلا ما بين

$$\sup_A \{x, y\} \text{ موجود فريادب } x \vee y \quad (1)$$

$$x \vee y \in A \quad (2)$$

البرهان

(1  $\Rightarrow$  2) واضح

(2  $\Rightarrow$  1) إذا كانت  $x, y \in A$  فإنه  $x, y$  يجب أن

يكونا من المجموعات  $\{x, y\}$  في  $A$  وهو الصحيح

تعريف

نسمي المجموعة الجزئية الغير خالية  $A$  من نصف الشبكة العليا  $E$

نصف شبكة عليا هيئة إذا عتقت أنه الشرطين التاليين

المتكافئين:

(1)  $\sup A \{x, y\}$  موجود ويجب أن  $x, y$  هما من  $A$

عنصرين  $x, y$  من  $A$

(2)  $x, y \in A$  من أجل أن  $x, y$  عنصرين من  $A$



ملامح

في كل الشبكات يجب الانتباه إلى أن خواصها يمكن النظران في

من A وفي المثال التالي نلاحظ أن A ليست هي شبكة

عليا هي شبكة في الرقم 2434A

لأنه يمكن أن تكون A هي شبكة عليا هي شبكة

هي شبكة عليا هي الشبكة المعاد

مثال

في نظرية الشبكة العليا (المجموعة)  $A = \{3, 3, 4, 24\}$

ليست هي شبكة عليا هي شبكة وذلك لأن  $3 \vee 4 = 12 \notin A$  بالرقم

حيث أن A هي هي شبكة عليا وذلك لأن كل زوج من عناصرها

على أنه هناك؟ هي هي A مثلا:

$$\sup_A \{3, 4\} = 24$$

## تعريف الشبكة الدنيا الخفيفة

من أجل نصف الشبكة الدنيا (بوصف)  $(G, E)$  وبشكل مناسب

لما سمعنا إذا كانت  $A \subseteq E$  مجموعة بملامحة الترتيب المعروفة لك

$A$  وإذا كانت  $A \subseteq E$  فلهذا نلاحظ أنه إذا كانت  $A$  مجموعة

$$(1) \inf_A \{x, y\} \text{ موجود وحيادي } x \wedge y$$

$$(2) \inf_A \{x, y\} \text{ موجود ومختلف عن } x \wedge y$$

$$(3) \inf_A \{x, y\} \text{ غير موجود}$$

$$\text{الكلمة (1) تكون } x \wedge y \in A$$

تعريف

نسمي المجموعة الجزئية غير الكالية  $A$  من نصف الشبكة الدنيا  $(G, E)$  بنصف

شبكة دنيا خفيفة إذا تحققت أهم الشرطين التاليين المتكافئين :

$$(1) \inf_A \{x, y\} \text{ موجود وحيادي } x \wedge y \text{ وذلك من أجل}$$





$$\inf_A \{x, y\} = x \wedge y$$

أشكال الشبكات

لا تتواسم عندما اقلها الشبكة (أو  $N^*$ ) وليس  $n$

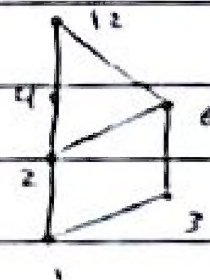
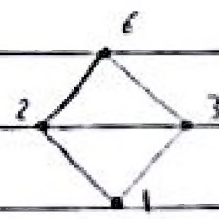
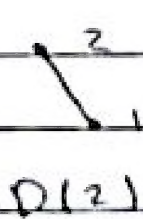
عدد جميع حركات في كل من الصف والعمود  $O(n)$  لمجموعة متواسم

$n$  جانب  $O(n)$  شبكة  $N^*$  شبكة عينية  $N^*$

كانت  $x/n$  ،  $y/n$  جانب

$$\text{Lcm}(x, y)/n$$

$$\text{gcd}(x, y)/n$$



$D(4)$

$D(12)$

(2) المجموعات المفتوحة والمغلقة في فضاء طوبولوجي

ليكن  $X$  فضاء طوبولوجي فكون  $(C, p(A))$  تشكل شبكة



## محاضرات الدفتر

نعم : الرياضيات / حر  
العامة : نظرية الشكك  
المحاضرة : الرابعة

مقدمة

- أسرة المجموعات المفتوحة في  $E$  تكون شبكة هزينة من

الشبكة  $(C, p(E))$

- أسرة المجموعات المغلقة في  $E$  تكون شبكة هزينة من

الشبكة  $(C, p(F))$

انتبهوا للمحاضرة